Pour tout entier naturel non nul n, on appelle R_n l'événement « l'employé est en retard le jour n ».
On note p_n la probabilité R_n et q_n celle de $\overline{R_n}$.
On suppose que $p_1=0$.

1. Détermination d'une relation de récurrence.
a) Déterminer les probabilités conditionnelles $p_{R_n}(R_{n+1})$ et $p_{\overline{R_n}}(R_{n+1})$.
b) Déterminer $p(R_{n+1}\cap R_n)$ en fonction de p_n et $p(R_{n+1}\cap\overline{R_n})$ en fonction de q_n.

c) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n et q_n.
d) En déduire que $p_{n+1}=\frac{1}{5}-\frac{3}{20}p_n$.

2. Etude de la suite (p_n).
Pour tout entier naturel non nul n, on pose $v_n=p_n-\frac{4}{23}$.
a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$.
b) Exprimer v_n puis p_n en fonction de n.
c) Justifier que la suite (p_n) est convergente et calculer sa limite.

EXERCICE 5

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1. On considère le plan $\mathcal{P}$ passant par le point $B(1\,;-2\,;1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(-2\,;1\,;5)$ et le plan $\mathcal{R}$ d'équation cartésienne $x+2y-7=0$.
a) Démontrer que les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{R}$ sont perpendiculaires.
b) Démontrer que l'intersection des plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{R}$ est la droite $\mathcal{D}$ passant par le point $C(-1\,;4\,;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2\,;-1\,;1)$.

2.
a) Soit, pour tout nombre réel t, le point M_t de coordonnées $(1+2t;3-t;t)$.
Déterminer en fonction de t, la longueur AM_t . On note $\phi(t)$ cette longueur. On définit ainsi une fonction ϕ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
b) Etudier le sens de variation de la fonction ϕ sur $\mathbb{R}$; préciser son minimum.
c) Interpréter géométriquement la valeur de ce minimum.