



On désigne par  $V$  le volume de ce solide.

La valeur exacte, (en unités de volume), du volume de ce solide de révolution est :

$$V = \pi \int_{-\pi}^{\pi} (f(x))^2 dx$$

- a) En utilisant la formule  $\cos^2 \theta = \frac{\cos(2\theta) + 1}{2}$ , montrer que  $[f(x)]^2 = 2\cos\left(\frac{2x}{5}\right) + 2$ , puis calculer la valeur exacte de l'intégrale  $I = \int_0^{\pi} [f(x)]^2 dx$ .
- b) En déduire la valeur exacte de  $V$ .
- c) Donner une valeur approchée en  $\text{cm}^3$  par excès du volume  $V$ .

### EXERCICE 3

L'objectif de cet exercice consiste en l'étude de la désintégration d'un corps radioactif : le carbone 14.

1. Soit  $N_0$  le nombre d'atomes de carbone 14 à l'instant  $t=0$ ,  $N_1$  le nombre d'atomes de carbone 14 un siècle après,  $N_k$  le nombre d'atomes de carbone 14 après  $k$  siècles, où  $k$  est un entier.

On sait que le nombre d'atomes de carbone 14 diminue très lentement au cours du temps : environ 1,24 % par siècle.

- a) Donner l'expression de  $N_1$  en fonction de  $N_0$ , puis de  $N_{k+1}$  en fonction de  $N_k$ .
- b) En déduire la nature de la suite  $(N_k)_{k \in \mathbb{N}}$  et l'expression de  $N_k$  en fonction de  $N_0$  et  $k$ .
- c) Donner, en le justifiant, le sens de variation de la suite  $(N_k)_{k \in \mathbb{N}}$ .