

**SUJET**

**MATHEMATIQUES**

*L'usage des calculatrices est autorisé (à l'exclusion des téléphones portables), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques à fonctionnement autonome sans imprimante, à entrée unique par clavier.*

*Les règles de calcul, équerre, compas et rapporteurs ainsi que les tables de logarithme ne comportant aucune formule algébrique, géométrique ou trigonométrique sont également autorisés.*

Ce sujet comporte cinq exercices, indépendants les uns des autres.  
Vous traiterez l'ensemble des exercices dans l'ordre choisi.

**EXERCICE 1**

L'objectif de cet exercice est la recherche des solutions de l'équation :

$$e^{x+1} - \frac{2x}{x-1} = 0$$

Soit  $u$  la fonction définie sur  $] -\infty; +\infty[$  par  $u(x) = e^{x+1}$  et  $v$  la fonction définie sur  $] -\infty; 1[ \cup ] 1; +\infty[$  par  $v(x) = \frac{2x}{x-1}$

On désigne par  $C_u$  et  $C_v$  leurs courbes représentatives dans le plan rapporté à un repère orthogonal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

**Partie A. Étude des fonctions  $u$  et  $v$ .**

1.

- a) Étudier la limite de  $u$  en  $+\infty$  puis  $-\infty$ .  
En déduire que  $C_u$  admet une asymptote que l'on précisera.
- b) Étudier le sens de variation de  $u$ .

2.

- a) Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} v(x)$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} v(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} v(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v(x)$

En déduire que  $C_v$  admet deux asymptotes que l'on précisera.