

OPTION A : Mathématiques

Exercice n° 1 :

On considère la suite (U_n) définie par $U_n = \frac{4n-2}{n+2}$

- 1) Donner, par calcul, les valeurs approchées au centième de U_0 à U_{10} et U_{100} .
- 2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $-1 \leq U_n \leq 4$. On dit (remplir les blancs) que la suite (U_n) est _____ par (-1) et _____ par (4) .
- 3) Étudier le sens de variation de (U_n) .
- 4) Démontrer que, pour n suffisamment grand, on a $U_n > 3,999$. Que peut-on penser de

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n) ?$$

Exercice n° 2

On considère la fonction f définie sur $]-1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = ax + b + 3 \ln(x+1)$$

où a et b désignent deux réels que l'on déterminera dans la question 1). On appelle C_f sa courbe représentative.

C_f vérifie les conditions suivantes : elle passe par le point $A(0;7)$ où elle admet une tangente horizontale et est monotone de part et d'autre de cet extremum.

- 1) Déterminer a et b .
- 2) En utilisant les données de l'énoncé, que peut-on dire du sens de variation de f ? (sans étudier le signe de la dérivée).
- 3) On suppose désormais que la fonction f est définie sur $]-1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = -3x + 7 + 3 \ln(x+1)$$

a) Calculer la limite de f en -1 . Interpréter graphiquement le résultat.

b) En admettant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$, calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

- 4) Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f . Dresser le tableau de variation.