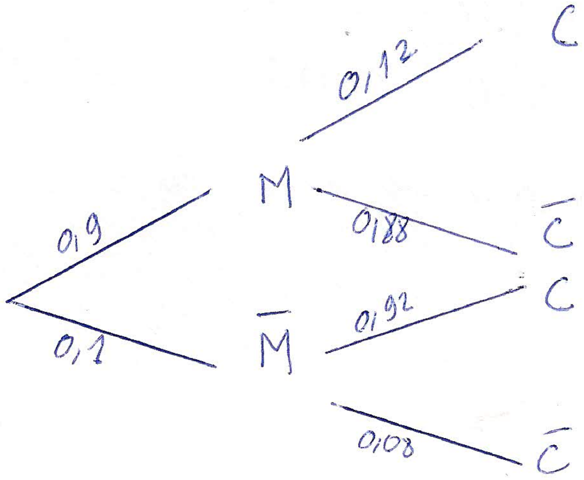
Exercice 4

① $p(M) = 0{,}9$

$p(C) = 0{,}2$

$p_M(C) = 0{,}12$

②



Méthodes pour compléter l'arbre à partir des données du problème

- $p(M) + p(\bar{M}) = 1$ car ils forment une partition M et $\bar{M}$ événements contraires

  $\hookrightarrow$ $p(\bar{M}) = 0{,}1$

- Pour les mêmes raisons $P_M(C) + P_M(\bar{C}) = 1$ partition de l'ensemble $p(M)$

  $\hookrightarrow$ $P_{(M)}\bar{C} = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$

- On sait que $P(C) = 0{,}2$ or la formule des probabilités totales nous permet d'écrire

$$p(C) = p(M) \times p_M(C) + p(\bar{M}) \times p_{\bar{M}}(C)$$

$$0{,}2 = 0{,}9 \times 0{,}12 + 0{,}1\, p_{\bar{M}}(C)$$

$$0{,}2 = 0{,}108 + 0{,}1\, p_{\bar{M}}(C)$$

$$\frac{0{,}092}{0{,}1} = p_{\bar{M}}(C)$$

$$0{,}92 = p_{\bar{M}}(C)$$

De plus $p_{\bar{M}}(C) + p_{\bar{M}}(\bar{C}) = 1$

d'où $p_{\bar{M}}(\bar{C}) = 0{,}08$

a/ $p(M \cap C) = p(M) \times p_M(C) = 0{,}9 \times 0{,}12 = 0{,}108$

b/ $p(M \cap \bar{C}) = p(M) \times p_M(\bar{C}) = 0{,}9 \times 0{,}88 = 0{,}792$

c/ $p(\bar{M} \cap C) = p(\bar{M}) \times p_{\bar{M}}(C) = 0{,}1 \times 0{,}92 = 0{,}092$

d/ $p(\bar{M} \cap \bar{C}) = p(\bar{M}) \times p_{\bar{M}}(\bar{C}) = 0{,}1 \times 0{,}08 = 0{,}008$

e/ $p_C(M) = \dfrac{p(M \cap C)}{p(C)}$ formule des probabilités conditionnelles

$p_C(M) = \dfrac{0{,}108}{0{,}2} = 0{,}54$

③ On nous donne $p(V) = 0{,}4$ et $p_V(M) = 0{,}6$

a/ $\underline{p(V \cap M)} = p(V) \times p_V(M) = 0{,}4 \times 0{,}6 \underline{= 0{,}24}$

b/ L'expérience pouvant être assimilé à un tirage avec remise, celle-ci est la définition-même d'un schéma de Bernoulli qui suit une loi binomiale de paramètres n, p avec $n = 5$ (nb de tirages)
$p = 0{,}24$ (proba de l'évènement souhaité)

$P(X=2) = C_5^2 \times p^2 \times (1-p)^3$

$= 10 \times 0{,}24^2 \times 0{,}76^3 = \underline{0{,}253 \text{ à } 10^{-3} \text{ près par excès}}$