nombre de message exprimé en milliers / minute $= f(x)$

$= f_1(x) = -4x^2 + 8x$ pour $x \in [0;1]$

$f_2(x) = \ln x - x + 5$ pour $x \in [1;5]$

x = le Temps exprimé en minutes.

nombre de message $\int_0^5 f(x)\,dx$

1) $f_1'(x) = -8x + 8$ Dans l'intervalle $[0;1]$

~~entre~~ $-8x \leq 8$ donc $f_1'(x) > 0$

donc $f(x)$ est croissant sur $[0,1]$

$f_2'(x) = \frac{1}{x} - 1$ sur $[1;5]$

$\frac{1}{x} < 1$ pour $x > 1$

donc $\frac{1}{x} - 1 < 1 - 1$ donc $f_2'(x) < 0$ sur $[1;5]$

$\frac{1}{x} - 1 < 0$ et $f(x)$ décroissante.

2) $F_1(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{8}{2}x^2$

3) $\int_0^1 f(x)\,dx = F(1) - F(0) = \left(-\frac{4}{3} + \frac{8}{2}\right) - 0$

$= -\frac{8}{6} + \frac{24}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$ ~~2,66~~ $= \frac{8}{3}$ unités d'aires.

4) $\left.\begin{array}{l} g(x) = \ln x \\ G(x) = x\ln x - x \end{array}\right\}$ sur $[1;5]$

$G(x)' = 1 \times \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$

donc $G(x)$ est ~~la~~ une primitive de $g(x)$

5) $\int_1^5 f_2(x) = \cancel{x\ln x - x}\ F_2(5) - F_2(1)$

$= F(5) - F(1)$

G(x) précédemment prouvé être 1 primitive de $\ln(x)$

$F(x) = G(x) - \frac{1}{2}x^2 + 5x$

$= x\ln x - x - \frac{1}{2}x^2 + 5x$

$= x\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$

$= x(\ln x - \frac{1}{2}x + 4)$

$F(5) = 5\ln 5 - \frac{5}{2} + 4 = 5\ln 5 - \frac{5}{2} + \frac{8}{2} = 5\ln 5 + \frac{3}{2}$

$F(1) = \ln 1 - \frac{1}{2} + 4 = 0 - \frac{1}{2} + 4 = \cancel{\ldots}$

$= -\frac{1}{2} + \frac{8}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

$\int_1^5 f(x)\,dx = 5\ln 5 + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = 5\ln 5 - \frac{4}{2} = 5\ln 5 - 2$

6) nb total de messages = sommes des 2 intégral.

$\int_0^1 + \int_1^5 = \frac{8}{3} + 5\ln 5 - 2 = 5\ln 5 + \frac{8}{3} - \frac{6}{3}$

$= 5\ln 5 - \frac{2}{3} = 5 \times 1{,}60944 - \frac{2}{3}$

$\times 5$

$\simeq 8{,}04500 - 0{,}666$

$= \cancel{8 \text{ unité d'aire}}$

$= \cancel{8000 \text{ appels}}$

$8{,}0450$
$- 0{,}666$
$7{,}379$

$=$ 7,379 unité d'aire

→ 7 379 appels.

7/ 7379 appels en 5 minutes.

moyenne = $7379/5 = 1475$/min

$$\begin{array}{r|l} 7379 & 5 \\ \hline 23 & 1475 \\ 37 & \\ 25 & \\ 0 & \end{array}$$

arrondi au millième près ?

Je ne comprends pas...