c)

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-4α	$\nearrow$	$+\infty$

Partie C :

1) Rappel de l'équation de la tangente : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$f'(x) = \dfrac{4g(x)}{(x+1)^2} \rightarrow f'(1) = \dfrac{4(g(1))}{(1+1)^2} = \dfrac{4(1+1+\ln 1)}{2^2} = \dfrac{8}{4} = 2$

$f(x) = \dfrac{4x\ln x}{x+1} \rightarrow f(1) = \dfrac{4\times 1\times \ln 1}{1+1} = \dfrac{0}{2} = 0$

$y = 2(x-1) + 0$

$\boxed{y = 2(x-1)}$

2) $e(x) = f(x) - 2(x-1)$ $\qquad D_e =]0;+\infty[$

a) $e(x)$ est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme somme de fonctions dérivables.

$\forall x \in \mathbb{R}^{*+}$, $e'(x) = f'(x) - 2$ et $e''(x) = f''(x)$ avec $f'(x) = \dfrac{4g(x)}{(x+1)^2}$

$e''(x) = \dfrac{4}{(x+1)^4}\left(g'(x)(x+1)^2 - 2(x+1)g(x)\right)$

$= \dfrac{4}{(x+1)^3}\left(\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(x+1) - 2(x+1+\ln x)\right)$

$= \dfrac{4}{(x+1)^3}\left(x+1+1+\dfrac{1}{x} - 2x - 2 - 2\ln x\right)$