Afin de lutter contre cette fraude, il décide de s'équiper d'une machine à détecter les faux billets.

Monsieur BINGO se renseigne sur la fiabilité de cet appareil et découvre les propriétés suivantes :

⇒ si le billet est faux : la probabilité qu'il soit détecté comme faux est 0,99.

⇒ si le billet est vrai : la probabilité qu'il soit détecté comme vrai est 0,97.

Une marge d'erreur existe donc : un vrai billet peut-être détecté comme faux et vice-versa.

Pour se convaincre de sa bonne acquisition, Monsieur BINGO demande au vendeur d'effectuer un essai avec un billet quelconque.

On note F l'événement « le billet est faux ».

T l'événement « la machine a détecté un faux billet ».

$\overline{F}$ et $\overline{T}$ sont les événements contraires de F et T .

1 –

a) Déterminer la probabilité de $p(F)$, $p_F(T)$ et $p_F(\overline{T})$. Élaborer un arbre de probabilité.

b) En déduire la probabilité de l'événement $F \cap T$.

2 – Démontrer que la probabilité que la machine détecte un faux billet est de 0,0492.

3 – Justifier par le calcul que : si la machine détecte un faux billet, il n'y a que 40 % de chances que le billet soit faux.

4 – Déterminer la probabilité que le billet soit vrai sachant qu'il n' a pas été détecté comme faux billet.

5 – Les événements F et T sont-ils indépendants ?

6 – Monsieur BINGO achète finalement l'appareil. Selon vous fait-il une bonne acquisition ?

Partie II :

Un joueur se rend dans le casino de Monsieur BINGO et joue à la roulette.

En lançant la roulette, il tombe sur un nombre aléatoire entre 0 et 36.

Il mise 10 € ;

– S'il tombe sur un nombre pair : il récupère sa mise et gagne 2 autres euros (gain de 2 euros).

– S'il tombe sur un nombre impair : il perd sa mise (perte de 10 euros).

– S'il tombe sur le chiffre 0 : il récupère sa mise et gagne 20 autres euros (gain de 20 euros).

On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur (une perte sera donc négative).

1 – Déterminer la loi de probabilité qui suit X.

2 – Donner l'espérance de X, notée E(X).

3 – Le jeu est-il favorable au joueur ?