

## SUJET

## MATHÉMATIQUES

*Les candidats sont autorisés à utiliser les matériels suivants :*

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».
- les règles de calcul, équerre, compas et rapporteurs ainsi que les tables de logarithme ne comportant aucune formule algébrique, géométrique ou trigonométrique.

*Sont interdits les téléphones portables ainsi que les montres et/ou tout autres objets et accessoires connectés.*

*L'utilisation de tout autre document ou matériel est interdite.*

Ce sujet comporte cinq exercices, indépendants les uns des autres.

Vous traiterez l'ensemble des exercices dans l'ordre choisi.

### EXERCICE 1

Cet exercice a pour but d'étudier la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{x+2+\ln(x)}{x}$$

La courbe  $C$  est représentative de la fonction  $f$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  d'unité graphique 2 cm.

#### Partie I : Limites, asymptotes, variations

##### 1 – Limites

- a) Calculer la limite  $f(x)$  en  $0^+$ .
- b) Vérifier que pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ ,  $f(x) = 1 + \frac{2}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$ .
- c) Déterminer la limite de  $f(x)$  en  $+\infty$ .

##### 2 – Asymptotes

- a) En déduire, l'existence de 2 asymptotes à la courbe  $C$ . On appellera  $d$  l'asymptote verticale et  $d'$  l'asymptote horizontale.
- b) Donner les équations de ces deux droites.