EXERCICE 2

En 2010, Monsieur DELABILE a réalisé sa première déclaration d'impôt sur le revenu.
Il a déclaré son revenu annuel : 18 000 €.
Son impôt à payer s'est élevé à 1 600 €.
Une fois ses impôts réglés, son revenu net s'élevait donc à 16 400 €.

De 2011 à 2014, son revenu annuel a augmenté chaque année de 2 % et son impôt à payer a augmenté de 3 %.

Suite à la mise en place du prélèvement à la source, Monsieur DELABILE essaye d'avoir une idée de ce qu'il adviendrait de son revenu annuel net si l'évolution constatée de 2011 à 2014 se poursuivait.

Pour tout entier $n \geq 0$, on appellera :

R_n le montant en euros du revenu annuel de Monsieur DELABILE en l'an $(2010+n)$, ainsi $R_0 = 18\,000$.

I_n le montant en euros de l'impôt correspondant payé par Monsieur DELABILE, ainsi $I_0 = 1\,600$.

U_n le montant du revenu net de Monsieur DELABILE une fois ses impôts payés, ainsi $U_0 = 16\,400$.

1 –

a) Exprimer U_n en fonction de R_n et I_n.

b) Calculer R_1, I_1, U_1, R_2, I_2 et U_2.

c) Démontrer que pour tout entier $n \geq 0$, on a :

$$R_n = 18000 * (1{,}02)^n .$$

$$I_n = 1\,600 * (1{,}03)^n .$$

Préciser la nature de chaque suite, sa raison et son premier terme.

2 – Montrer que pour tout entier $n \geq 0$, on a :

$$U_{n+1} - U_n = 360 * (1{,}02)^n - 48 * (1{,}03)^n .$$

3 – Montrer que $U_{n+1} < U_n \Leftrightarrow n * \ln\left(\frac{1{,}03}{1{,}02}\right) > \ln\frac{15}{2}$.

4 – Déterminer les entiers $n \geq 0$ qui vérifient : $n * \ln\left(\frac{1{,}03}{1{,}02}\right) > \ln\left(\frac{15}{2}\right)$.

5 – Si l'évolution constatée ces dernières années se poursuit, Monsieur DELABILE verra-t-il son revenu net (après impôts prélevés) diminuer ?

EXERCICE 3

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

__Partie I :__

Monsieur BINGO, le directeur du casino de la commune LINGO, a été sensibilisé par son banquier sur le nombre de faux billets en circulation : 2 % des billets en circulation sont de faux billets.