3 – Sens de variation

On appellera $f'(x)$ la fonction dérivée de $f(x)$.

a) Démontrer que pour tout $x \in \;]0\,;+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{-1-\ln(x)}{x^2}$.

b) Montrer que $f'(x)$ s'annule en $x=e^{-1}$ en changeant de signe.

c) Déterminer la valeur de $f(e^{-1})$.

d) Dresser le tableau de variations de $f(x)$.

Partie II : Position relative

Soit g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x)=1+\dfrac{2}{x}$ et H sa courbe représentative dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

Soit K le point d'intersection des courbes C par rapport à H .

1 – Étudier la fonction $g(x)$.

a) Limites.

b) Dérivée.

c) Tableau de variation.

2 – Étudier $f(x)-g(x)$.

a) Calculer $f(x)-g(x)$.

b) Étudier son signe.

c) En déduire la position de C par rapport à H à l'aide d'un tableau.

3 – Intersection.

a) Donner les coordonnées exactes du point K .

Partie III : Calcul d'une aire

Soit A l'aire du domaine limité par les courbes C et H et par les droites d'équation $x=1$ et $x=e^2$.

1 – Primitive.

Soit P(x) la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $P(x)=\dfrac{1}{2}(\ln(x))^2$.

Vérifier que $P(x)$ est une primitive de $\dfrac{\ln(x)}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$.

2 – Calculer l'aire A en cm^2 .