

a) Étudiez les variations de f sur $[1 ; +\infty[$

b) Dédisez que pour tout $x \geq 1$ on a $0 \leq \ln x < x$

c) Prouvez alors que pour tout $x \geq 1$ on a $0 \leq \frac{\ln x}{2x} < \frac{1}{\sqrt{x}}$

d) Calculez alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} \right)$

4) Soit les deux intégrales définies par :

$$I = \int_0^{\pi} e^x \sin x \, dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^{\pi} e^x \cos x \, dx$$

a) Démontrez que $I = -J$ et aussi que $I = J + e^{\pi} + 1$

b) Vous en déduirez les valeurs exactes de I et de J

EXERCICE 5

Dans le plan Π muni d'un repère orthonormal $(o ; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, un point mobile M a une position à l'instant t ainsi définie :

le vecteur vitesse s'exprime en fonction de t par : $\vec{v}(t) = e^t \vec{e}_1 + \frac{e^t}{1+e^t} \vec{e}_2$.

1°) A l'instant $t=0$, les coordonnées de M sont $(2, \ln 2)$.

Déterminez en fonction de t : les coordonnées $(x(t), y(t))$ du point mobile M .

2°) Démontrez que la trajectoire est une partie, à préciser, de la courbe d'équation $y = \ln x$.

3°) Calculez le vecteur accélération $\vec{a}(t)$.